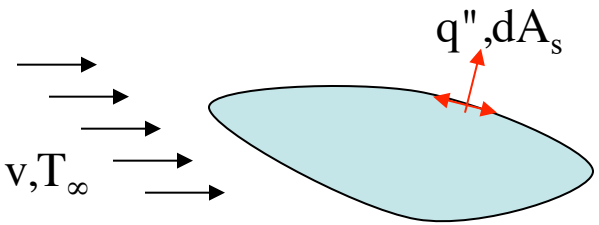
Capítulo 6 *INTRODUÇÃO À CONVECÇÃO*

- A transferência de calor por convecção ocorre quando existe o contato entre um sólido e um fluido em movimento:
  - consiste na combinação da condução com a advecção (transferência de calor devido ao movimento do fluido)



$$q'' = h(T_s - T_\infty) \Rightarrow q = \int_{A_s} q''\, dA_s$$

$$para\ (T_s - T_\infty)\ cte \Rightarrow q = (T_s - T_\infty)\int_{A_s} h dA_s \qquad \text{ou} \qquad q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty)$$

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h dA_s$$

Problema:

- determinar o coeficiente de troca de calor h
- h é função da geometria e do escoamento

- O escoamento e consequentemente a transferência de calor apresentam características diferentes dependendo se o escoamento é externo ou interno.

✓ Escoamento externo:
  - ✓ caracterizado pela região com gradiente acentuado de velocidade (camada limite hidrodinâmica)
  - ✓ gradiente acentuado de temperatura (camada limite térmica)

✓ Escoamento interno:
  - ✓ Entrada: comportamento análogo à camada limite externa
  - ✓ Longe da entrada, em tubulações longas: escoamento desenvolvido:
    - Hidrodinâmicamente desenvolvido: $\partial u/\partial x=0$; $dp/dx=cte$
    - Termicamente desenvolvido:
      forma do perfil de temperatura não varia
      ($\partial\theta/\partial x=0$, θ é temperatura adimensional $\Rightarrow \theta =(T-T_{ref})/ \Delta T_{ref}$

Equações de conservação

Equação de Conservação de Massa ou Continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \vec{V}) = 0$$

Variação da massa com o tempo p/ ∀ + fluxo líquido de massa p/ ∀ = 0

Equação de Conservação de Quantidade de Movimento Linear (2ª. Lei de Newton para fluidos Newtonianos)

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} - \nabla P + \nabla \bullet (\mu \nabla \vec{V})$$

massa p/ ∀ × aceleração = força p/ ∀ gravitacional − força p/ ∀ pressão + força p/ ∀ viscosa

Equação de Conservação de Energia

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \bullet (k \nabla T) + \mu\phi + \dot{q}$$

Variação da energia com o tempo p/ ∀ = fluxo líquido de calor de condução p/ ∀ + dissipação viscosa + geração de calor p/ ∀

Equações de conservação

Hipóteses: (i) regime permanente, (ii) 2-D (iii) fluido incompressível, (iv) viscosidade constante (v) coordenadas cartesianas

Massa:

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0}$$

Quantidade de movimento:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \rho g_x$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + \rho g_y$$

Energia:

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \mu\phi + \dot{q}$$

$$\mu\phi = \mu\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]\right\}$$

Escoamento Interno

Hidrodinâmicamente desenvolvido: $\partial u/\partial x=0$; $dp/dx=cte$
$\Rightarrow$ v=0, logo a aceleração é nula:

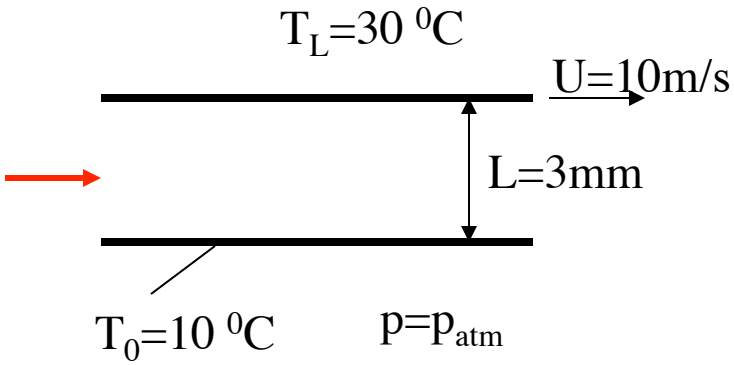
- Conservação de quantidade de movimento linear axial

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho g_x$$

- Conservação de energia:
  Termicamente desenvolvido: $\partial\theta/\partial x=0$,
  θ é temperatura adimensional $\Rightarrow \theta = (T-T_{ref})/\Delta T_{ref}$

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \phi + \dot{q} \qquad \mu \phi = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

Exemplo: Escoamento de Couette
(escoamento entre duas placas paralelas)

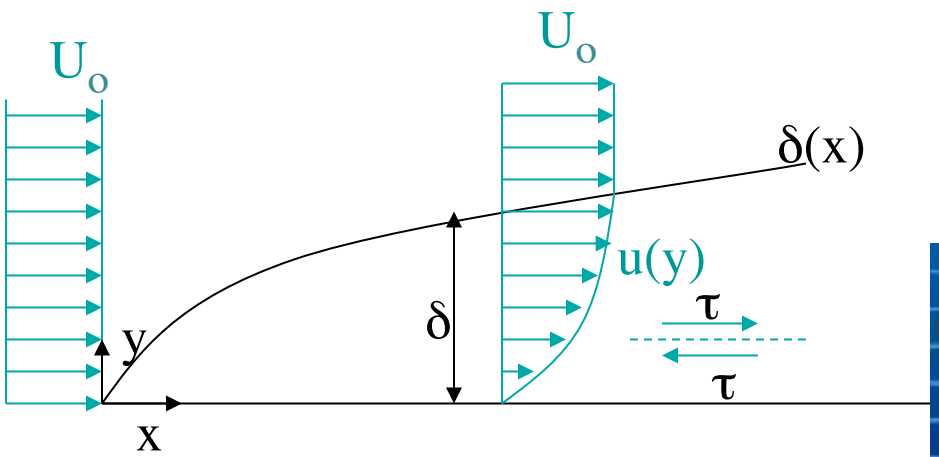


Dados: ρ=888,2 kg/m^3
k=0,145 W/mK
υ=900x10^{-6} m^2/s

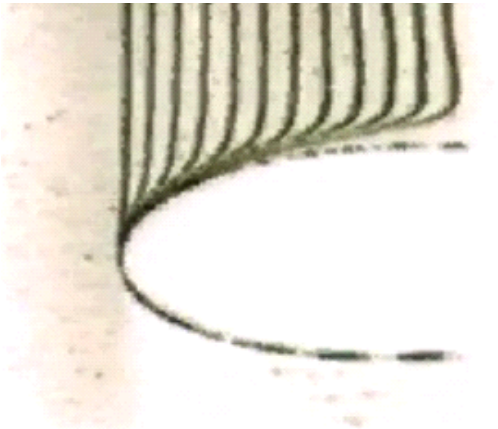
1. Obtenha as distribuições de velocidade e temperatura. Considere ∂T∂x =b0
2. Obter o fluxo de calor nas paredes
3. Obter a temperatura máxima no fluido, para as condições da figura.

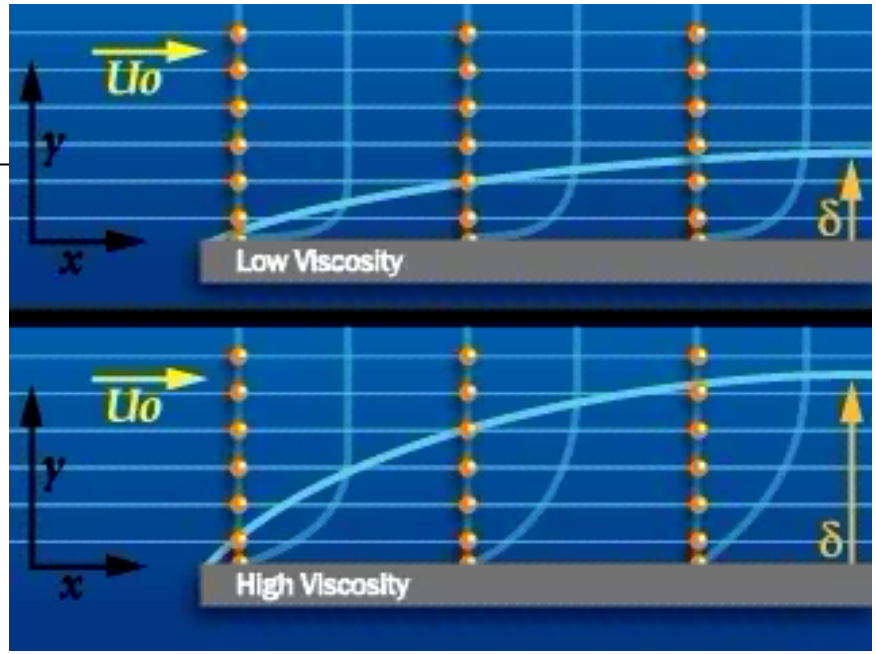
Escoamento Externo

Camada Limite Hidrodinâmica: região do fluido que sofre os efeitos da parede ($u \leq U_o$)

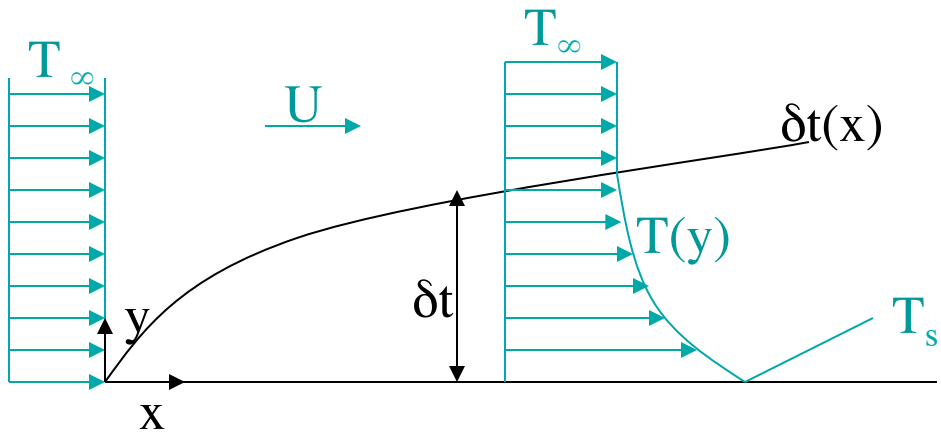


Fluidos Newtonianos: $\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}$





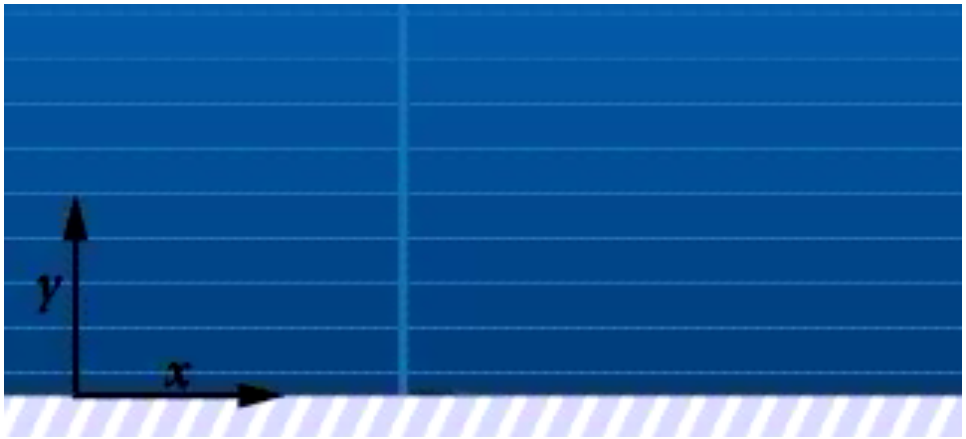
Camada Limite Térmica: região do fluido que apresenta variações no campo de temperatura devido a presença da parede com temperatura diferente da temperatura do fluido ao longe



$$\frac{T_S - T}{T_S - T_\infty} = 0{,}99$$

$$q_S'' = -k_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = h\left(T_S - T_\infty\right)$$

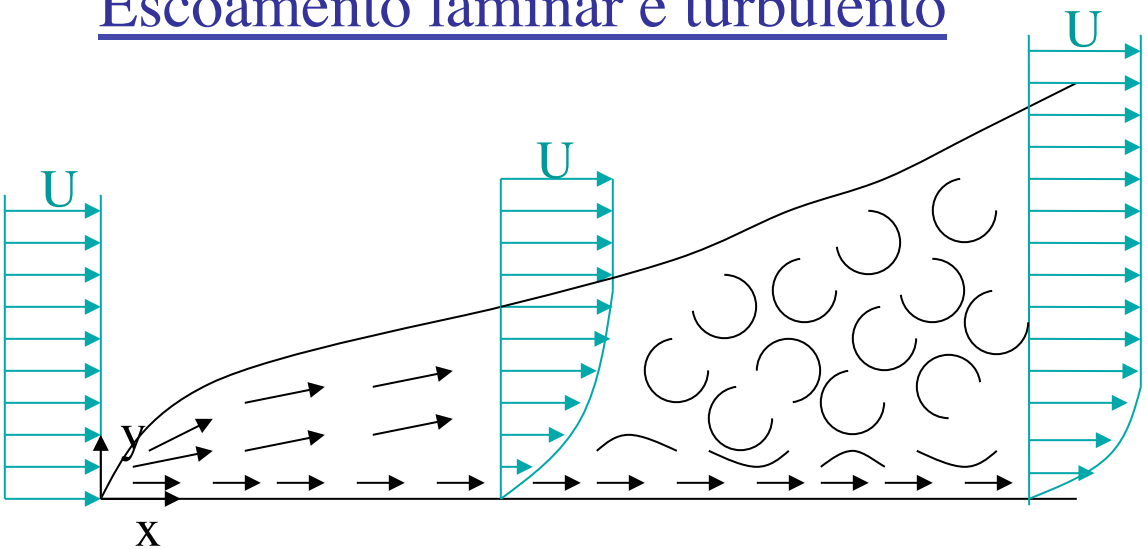
$$\Rightarrow h = \frac{-k_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{\left(T_S - T_\infty\right)}$$



⇒ h é função da distribuição de temperaturas, que por sua vez depende do campo de velocidades

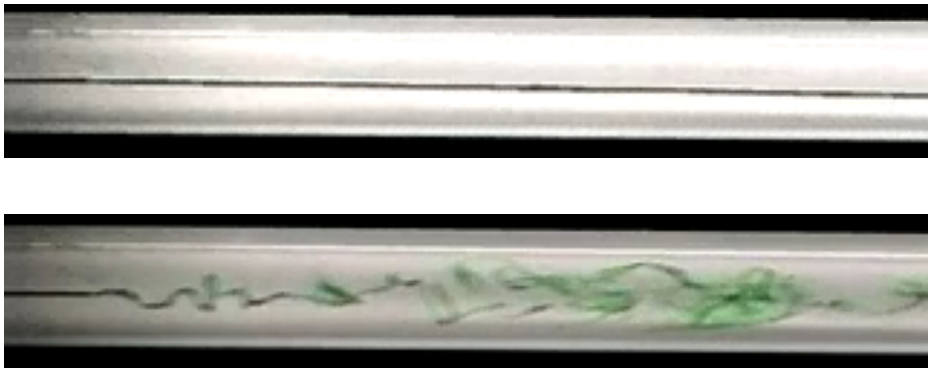
δ_t cresce com x ⇒ $\partial T/\partial y\,|_{y=0}$ cai com x ⇒ h cai com x

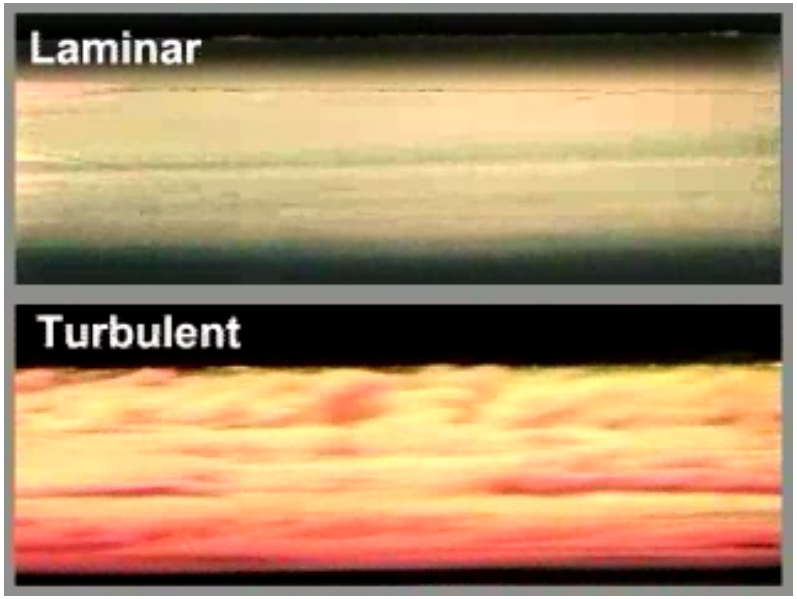
Escoamento laminar e turbulento



O escoamento turbulento ocorre a altas velocidades. A transição é caracterizada pelo no. de Reynolds

$$\mathbf{Re} = \frac{\text{forças inércia}}{\text{forças viscosas}}$$





Laminar: filamento de corante não se mistura

Turbulento: o corante mistura rapidamente

Escoamento turbulento:

-movimentos aleatórios - flutuações de velocidade que aumentam a transferência de quantidade de movimento e energia

-camada limite turbulenta: mais larga e os perfis de velocidade são mais achatados. As tensões cisalhantes na parede e o h são maiores do que os laminares.

-subcamada laminar: transporte é dominado por difusão e perfil de velocidade é linear

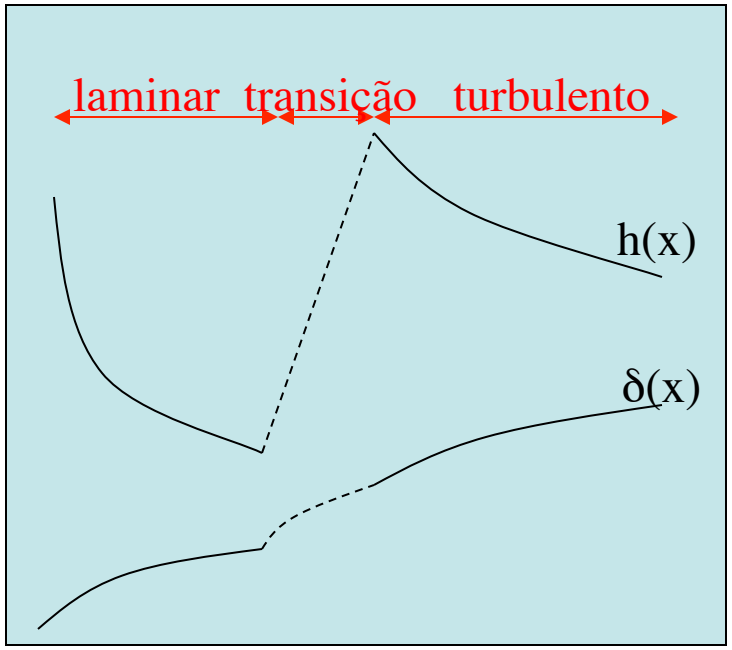
-camada amortecedora: difusão e mistura turbulenta competem

-zona turbulenta: mistura turbulenta predomina

Transição: início depende do número de Reynolds

$$\mathbf{Re}_x = \frac{\rho U x}{\mu} = \frac{\text{forças inércia}}{\text{forças viscosas}}$$

-Variação da espessura da camada limite e do coeficiente de troca de calor



Equações de conservação para a camada limite

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \rho g_x$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + \rho g_y$$

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \mu\phi + \dot{q}$$

$$\mu\phi = \mu\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]\right\}$$

Hipóteses adicionais:

- desprezar forças de corpo
- sem geração de calor
- espessura da CL pequena ($\delta << L$)

Análise de ordem de grandeza:

- CL hidrodinâmica:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{U}{L} \approx \frac{\partial v}{\partial y} \approx \frac{v}{\delta} \Rightarrow \frac{U}{L} \approx \frac{v}{\delta} \Rightarrow v \approx U\underbrace{\frac{\delta}{L}}_{<<1}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} >> \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad \frac{\partial p}{\partial y} \approx 0$$

- CL térmica:

$$v\frac{\partial T}{\partial y} \approx u\frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} >> \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Equação de conservação de massa:

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0}$$

Equação de conservação de momentum:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \Rightarrow p = p(x) \ \left(= \text{pressão fora da CL}\right)$$

Equação de conservação de energia:

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

- Cálculo do coeficiente de troca de calor:

$$\boxed{h = \frac{-k\partial T / \partial y\big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}}$$

- Similaridade das equações:

- *As equações de momentum e energia são da mesma forma se dp/dx e o termo de dissipação forem nulos (termos convectivos= termos difusivos).*
- *Exs.: escoamentos a baixas velocidades*

- Adimensionalização das equações:

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \quad y^* \equiv \frac{y}{L} \quad u^* \equiv \frac{u}{U} \quad v^* \equiv \frac{v}{U}$$

$$T^* \equiv \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} \qquad p^* \equiv \frac{p}{\rho U^2}$$

- Desprezando o termo de dissipação viscosa:

$$\boxed{u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\upsilon}{UL}\left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}\right)}$$

$$\boxed{u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\alpha}{UL}\left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}\right)}$$

CC :

$$u^*\left(x^*,0\right) = 0 \qquad u^*\left(x^*,\infty\right) = U_\infty / U$$

$$v^*\left(x^*,0\right) = 0$$

$$T^*\left(x^*,0\right) = 0$$

$$T^*\left(x^*,\infty\right) = 1$$

- Parâmetros de similaridade:

$$\mathbf{Re}_L = \frac{UL}{\upsilon} \qquad \text{número de Reynolds}$$

$$\mathbf{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha} \qquad \text{número de Prandtl}$$

$$\frac{\alpha}{\mathrm{UL}} = \frac{\alpha}{\upsilon}\frac{\upsilon}{UL} = \frac{1}{\mathbf{Pr}\,\mathbf{Re}_L}$$

Assim,

$$\boxed{u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{\mathbf{Re}_L}\left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}\right)}$$

$$\boxed{u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathbf{Re}_L\,\mathbf{Pr}}\left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}\right)}$$

Logo, $u^* = f(x^*, y^*, Re_L, dp^*/dx^*)$

função da geometria

- Tensão cisalhante na parede e coeficiente de atrito:

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{\mu U}{L} \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

$$\underbrace{C_f}_{\substack{coef.\\ atrito}} \equiv \frac{\tau_s}{\rho U^2/2} = \frac{2}{\mathbf{Re}_L} \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

como $\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = f\left(x^*, \mathbf{Re}_L, \frac{\partial p^*}{\partial x^*}\right)$

para uma geometria :

$$C_f = g(x^*, \mathbf{Re}_L)$$

Também, da equação da energia, $T^*=f(x^*, y^*, Re_L, Pr, dp^*/dx^*)$

- Coeficiente de troca de calor e número de Nusselt:

$$h = -\frac{k}{(T_s - T_\infty)} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{k}{L} \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

$$\underbrace{Nu}_{\substack{\text{número} \\ \text{Nusselt}}} \equiv \frac{hL}{k} = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

para uma geometria :

$$Nu = g(x^*, \mathbf{Re}_L, \mathbf{Pr})$$

ou

$$\overline{Nu} = g'(\mathbf{Re}_L, \mathbf{Pr})$$

Obs: A solução do problema é função de 3 parâmetros adimensionais, ao invés dos 7 parâmetros originais

- Significado físico dos parâmetros adimensionais:

$$\mathbf{Re}_L = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{\rho U^2 / L}{\mu U / L} \approx \frac{F_{\text{inércia}}}{F_{\text{viscosas}}}$$

$$\mathbf{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha} \approx \frac{\text{difusividade momentum}}{\text{difusividade térmica}}$$

$Pr \ll 1$ - $\delta_t \gg \delta$ - metais líquidos

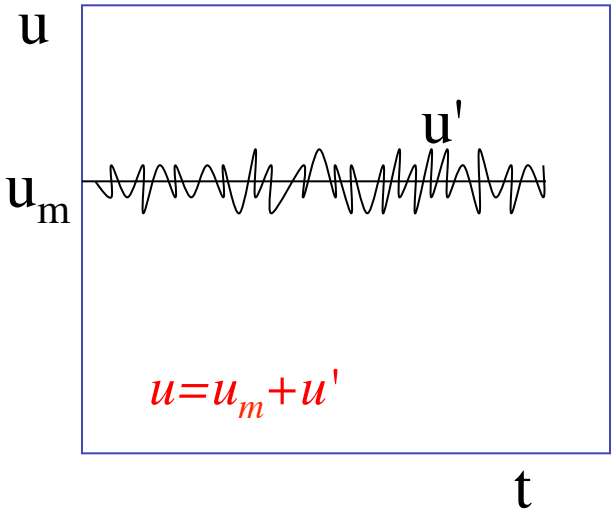
$Pr \gg 1$ - $\delta_t \ll \delta$ - óleos, água

$\delta / \delta_t \approx Pr^n$ $(n>0)$

- Analogia de Reynolds:
  - relação entre C_f e Nu, válida quando dp/dx=0 e Pr≈1
  - eqs. de conservação adimensionais são equivalentes
  - u^* e T^* são funções semelhantes e seus gradientes também
  - C_f e Nu são análogos: $C_f Re_L/2=Nu$
  - Número de Stanton: $$S_t \equiv \frac{h}{\rho U c_p} = \frac{Nu}{\mathbf{Re}_L\ \mathbf{Pr}} \Rightarrow \frac{C_f}{2} = S_t$$
  - A partir de resultados de C_f, podemos obter Nu e vice-versa
  - Analogia de Chilton-Colburn: $$\frac{C_f}{2} = S_t\ \mathbf{Pr}^{2/3} \equiv \underbrace{j_h}_{\text{fator j de Colburn}}$$
  - *Obs: para esc. turbulentos, o efeito do gradiente de pressão é menor*

-Efeitos da turbulência:

- Escoamentos turbulentos ocorrem a partir de $Re_{crítico}$
- Para escoamento externo, $Re_c=5x10^5$.
- Para escoamento interno, $Re_c=2300$
- Flutuações turbulentas:



Escoamento turbulento: Coeficientes de atrito e troca de calor mais altos

- *Equações de conservação:*

$$\rho\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\overbrace{\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}-\underbrace{\rho\overline{u'v'}}_{\substack{\text{tensão de Reynolds}\\ \text{ou tensão turbulenta}}}}^{\text{tensão total}}\right)$$

$$\rho c_p\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{T}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}-\rho c_p\overline{v'T'}\right)$$

$$\tau_t=\rho\left(\upsilon+\underbrace{\varepsilon_M}_{\substack{\text{dif. turb.}\\ \text{momentum}}}\right)\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\rightarrow\rho(\varepsilon_M)\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}=-\rho\overline{u'v'}$$

$$q_t''=-\rho c_p\left(\alpha+\underbrace{\varepsilon_H}_{\substack{\text{dif. turb.}\\ \text{energia}}}\right)\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}\rightarrow\rho c_p\varepsilon_H\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}=\underbrace{-\rho\, c_p\overline{v'T'}}_{\substack{\textit{fluxo de}\\ \textit{calor}\\ \textit{turbulento}}}$$

-Na zona turbulenta,

$\varepsilon_M >> \nu$; $\varepsilon_H >> \alpha$

perfis mais achatados - maiores gradientes na parede - tensão cisalhante e h maiores

-determinação de ε_M e ε_H é difícil

-Em geral, h é obtido experimentalmente