CAPÍTULO 8 - ESCOAMENTOS INTERNOS

- Escoamento confinado
- Camada limite se desenvolve com restrição
- **Regiões de entrada**
  - fluido desacelera próximo às paredes e acelera na região central para conservar massa

$$\dot{m} = \rho\, u_m A = \int_{A_t} \rho\, u\, dA = cte$$

velocidade média: $$u_m = \frac{1}{\rho\, A_t} \int_{A_t} \rho\, u\, dA$$

Comprimento da região de entrada: L_{ent}

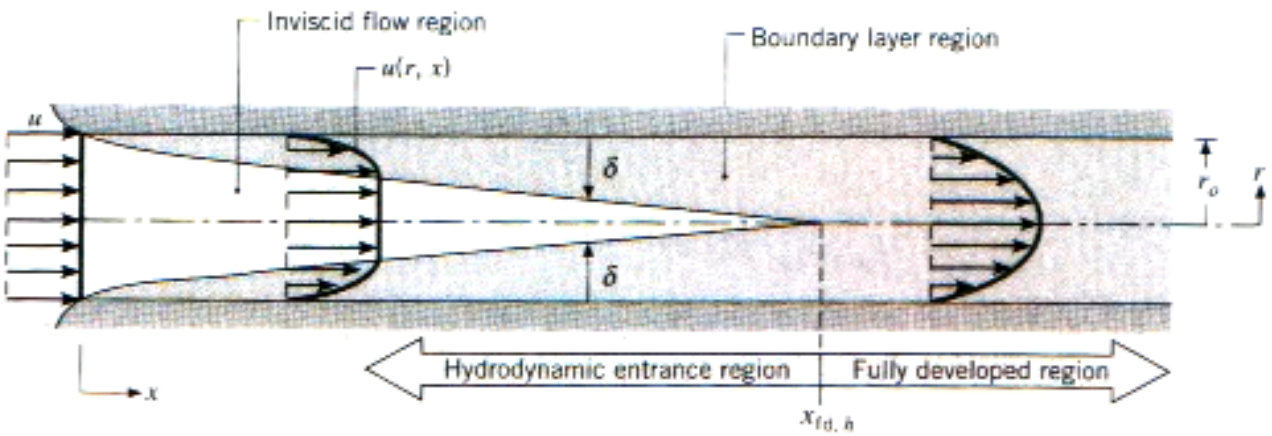
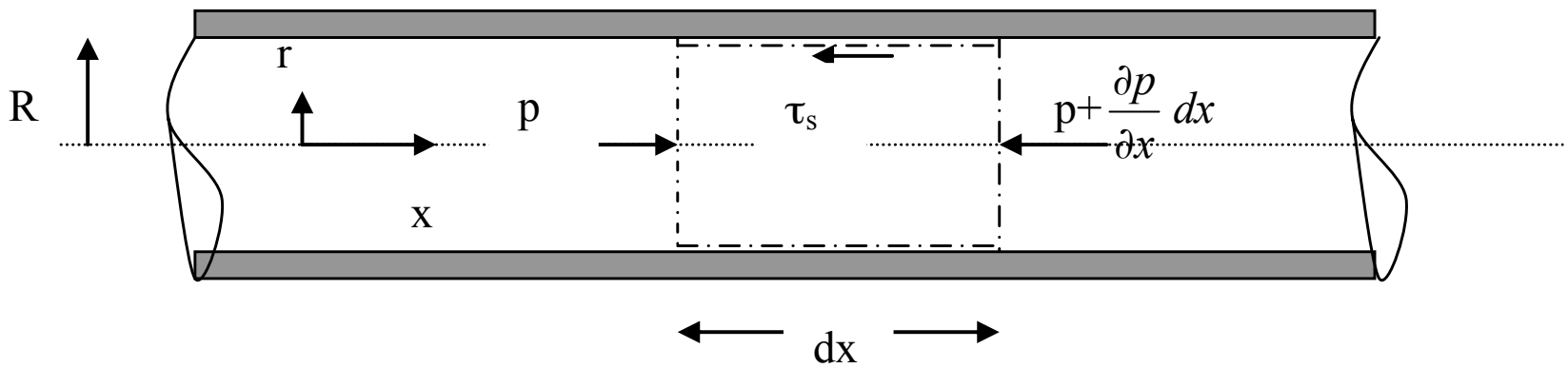


FIGURE 8.1 Laminar, hydrodynamic boundary layer development in a circular tube.

- **Região de Escoamento Hidrodinâmicamente Desenvolvido**
  - Perfil de velocidade não varia axialmente
  - Equilíbrio de forças
    - Tensão na parede constante, queda de pressão constante



$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad p\ A_T - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) A_T - \tau_s\ P_m\ dx = 0$$

$$\tau_s = -\frac{\partial p}{\partial x}\frac{A_T}{P_m} = -\frac{\partial p}{\partial x}\frac{D_h}{4}$$

$$D_h = \frac{4\ A_t}{P_m}$$

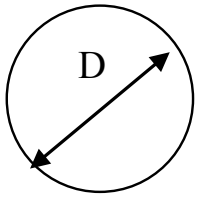
Diâmetro hidraúlico

- Esta relação independe do regime de escoamento, isto é, é valida para regime laminar e turbulento

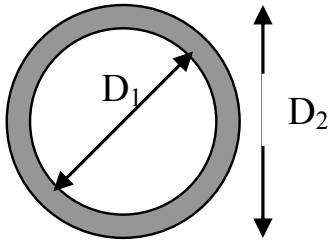
-Diâmetro hidraúlico

$$D_h = \frac{4\ A_t}{P_m}$$

Exemplos:

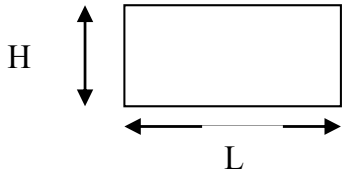


- **círculo:** $D_h = \dfrac{4\ \dfrac{\pi\ D^2}{4}}{\pi\ D} = D$



- **espaço anular:** $D_h = \dfrac{4\ \dfrac{\pi\ D_2^2 - D_1^2}{4}}{\pi\ (\ D_2 + D_1\ )} = D_2 - D_1$

- **retângulo:** $D_h = \dfrac{4\ H\ L}{2\ (H + L)} = \dfrac{2\ H}{1 + H\ /\ L}$



- **placas planas infinitas:** $D_h = 2\ H$

-Número de Reynolds: $$\mathbf{Re} = \frac{\rho\ u_m\ D_h}{\mu} \qquad D_h = \frac{4\ A_t}{P_m}$$

-$Re_{cr} \approx 2300$

-$Re < Re_{cr}$ regime laminar
-$Re > Re_{cr}$ regime turbulent

-Em escoamentos laminares, $L_{ent}/D \approx 0{,}05\ Re$

- Em escoamentos turbulentos, $10 \leq L_{ent}/D \leq 60$

- **Perfil de velocidades num tubo circular:**

- Hipóteses:
  - -Escoamento laminar
  - -Regime permanente ($\partial/\partial t=0$)
  - -Propriedades constantes
  - -Simetria angular ($\partial/\partial\theta=0$)
  - -Escoamento desenvolvido ($\partial/\partial x=0$)
  - -Tubulação horizontal

$$v = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

- Balanço de forças num elemento de fluido:

$$-\tau(2\pi r dx) + \{\tau(2\pi r dx) + \frac{d}{dr}\left[\tau(2\pi r dx)\right]dr\} +$$

$$p(2\pi r dr) - \{p(2\pi r dr) + \frac{d}{dx}\left[p(2\pi r dr)\right]dx\} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r}\frac{d(r\tau)}{dr} = \frac{dp}{dx}$$

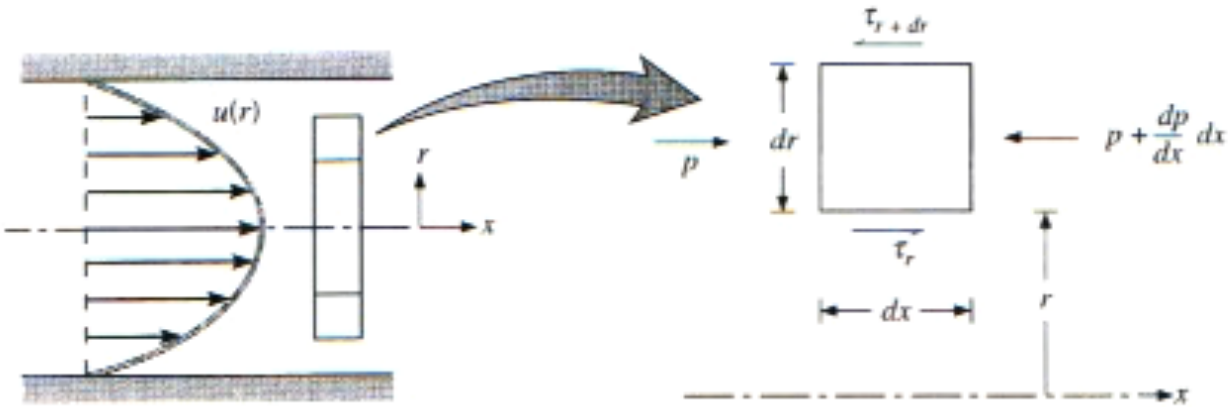


FIGURE 8.2 Force balance on a differential element for laminar, fully developed flow in a circular tube.

Fluido Newtoniano: $\tau = \mu \frac{du}{dr}$

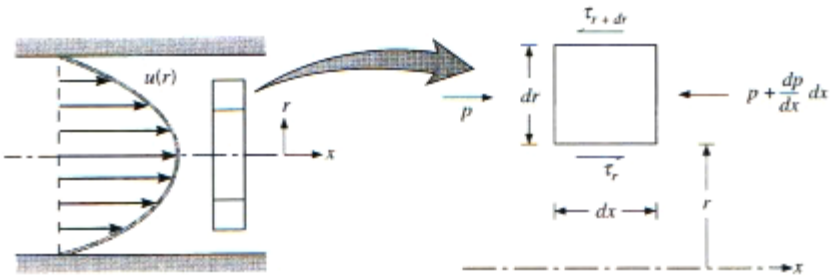


FIGURE 8.2 Force balance on a differential element for laminar, fully developed flow in a circular tube.

$$\Rightarrow \frac{d(r\tau)}{dr} = r\frac{dp}{dx} \qquad \tau = \mu\frac{du}{dr}$$

Substituindo na equação obtida do balanço de forças:

$$\frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = \frac{dp}{dx} \qquad \Rightarrow \frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = \frac{r}{\mu}\frac{dp}{dx}$$

Integrando

$$r\frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r^2}{2} + C_1 \qquad \Rightarrow \frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r}{2} + \frac{C_1}{r}$$

$$u(r) = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r^2}{4} + C_1 \ln r + C_2$$

Condições de contorno

(1) r = 0 (simetria, velocidade finita) $\left.\frac{du}{dr}\right|_{r=0} = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

(2) $u(r_0) = 0 \Rightarrow C_2 = -\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r_o^2}{4}$

$$\Rightarrow u(r) = \frac{r_o^2}{4\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)\left[1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right]$$

- Velocidade média:

$$u_m == \frac{1}{\pi\ r_o^2}\int_{A_t} u \quad dA = \frac{1}{\pi\ r_o^2}\int_0^{r_o} u\ 2\ \pi\ r\ dr \qquad u_m = -\frac{r_0^{\ 2}}{8\mu}\frac{dp}{dx}$$

- Queda de pressão e fator de atrito para escoamento desenvolvido

fator de atrito: $f = \dfrac{-(dp/dx)D}{1/2\rho u_m^{\ 2}}$

Coeficiente de atrito: $C_f = \dfrac{\tau}{1/2\rho u_m^{\ 2}}$

$$C_f = \frac{f}{4}$$

Duto circular

- Escoamento laminar desenvolvido: $f = \dfrac{64}{\mathrm{Re}}$

- Escoamento turbulento - superfícies lisas:

$$f = 0{,}316\,\mathbf{Re}^{-1/4} \qquad \mathbf{Re} \leq 2\mathrm{x}10^4$$

$$f = 0{,}184\,\mathbf{Re}^{-1/5} \qquad \mathbf{Re} \geq 2\mathrm{x}10^4$$

$$f = 0{,}79(\mathbf{ln\ Re} - 0{,}164)^{-2} \qquad 3000 \leq \mathrm{Re} \leq 5\mathrm{x}10^6$$

- Diagrama de Moody:

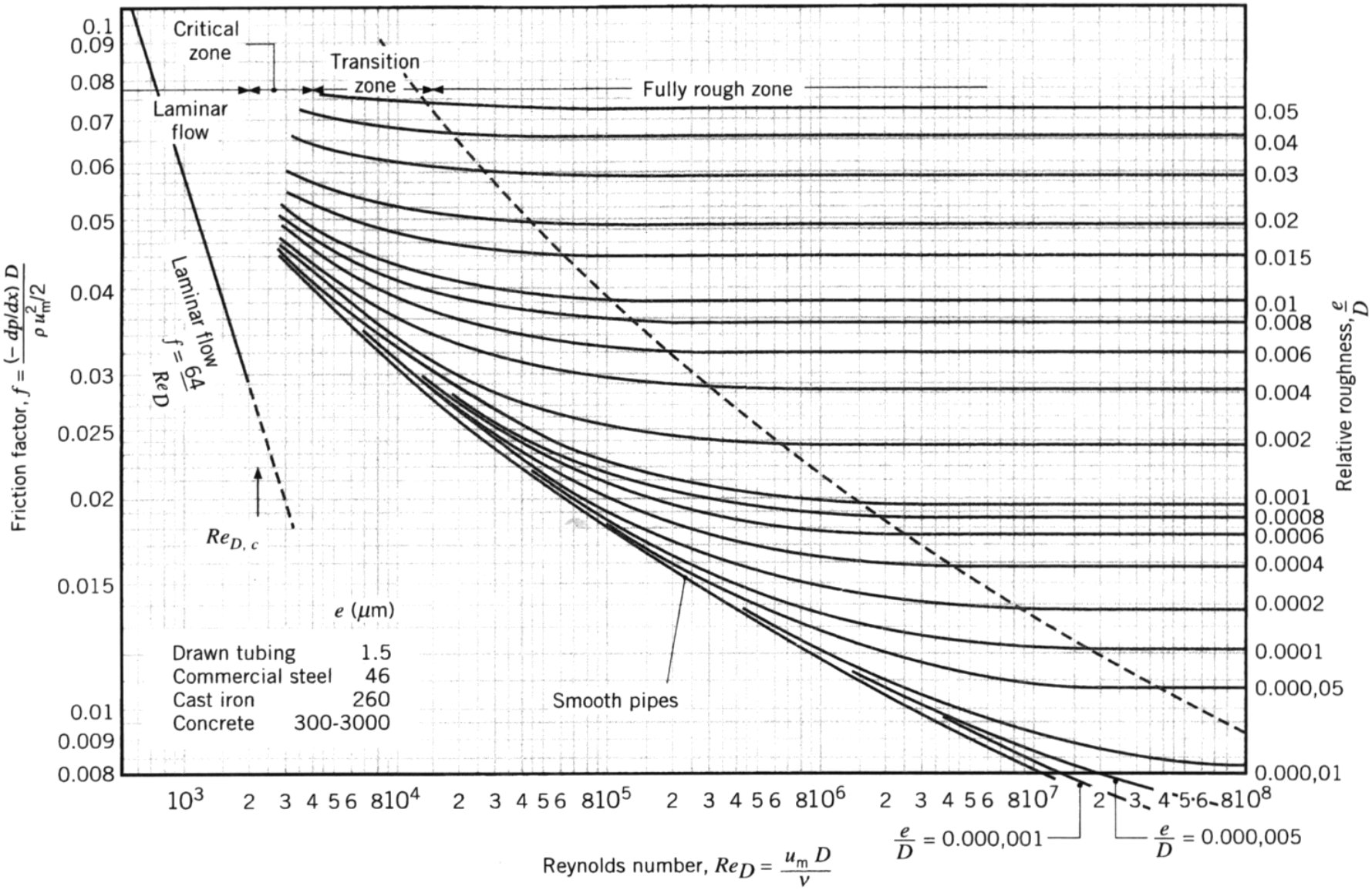


FIGURE 8.3 Friction factor for fully developed flow in a circular tube [3]. Used with permission.

Análise térmica

- Camada Limite térmica
- T(r,x) no escoamento desenvolvido depende das condições de contorno
- Desenvolvimento térmico no escoamento laminar: $L_{ent,t}/D \approx 0{,}05\ RePr$
    - Número de Peclet: Pe = Re Pr
    - Pr > 1: $L_{ent}/D < L_{ent,t}/D$
    - Pr < 1: $L_{ent}/D > L_{ent,t}/D$
    - Pr >100: $L_{ent}/D << L_{ent,t}/D$

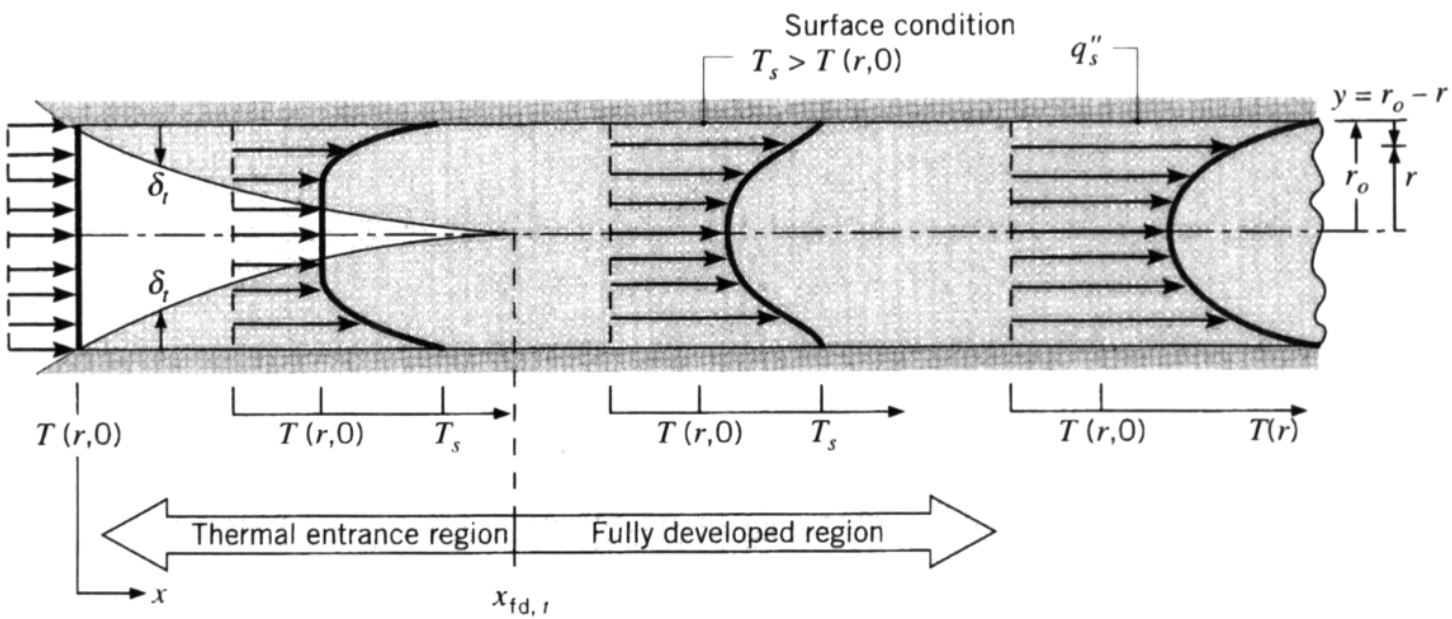


FIGURE 8.4 Thermal boundary layer development in a heated circular tube.

- Temperatura média ou de mistura (bulk): $T_m = \frac{1}{\dot{m}\, c_p} \int_A \rho u c_p T dA$

- Lei de Newton de resfriamento: $q_s'' = h\,(T_s - T_m)$

-Região termicamente desenvolvida:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \qquad \theta = \frac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_m(x)}$$ … Temperatura adimensional

para 2 CC, (T_s=cte ou q_s=cte. Obs.: se q_s=cte, T_s=$T_s(x)$)

- Como θ independe de x, então:

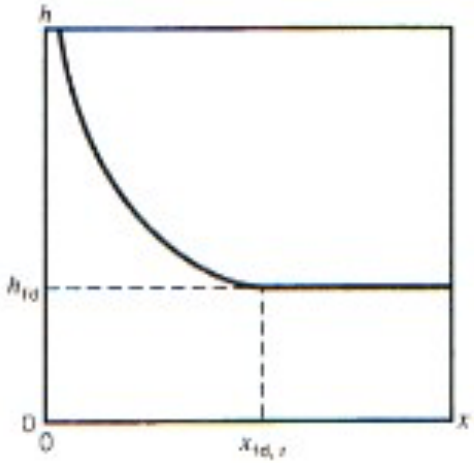
$$\left.\frac{\partial \theta}{\partial r}\right|_{r=R} = \frac{-\partial T / \partial r\big|_{r=R}}{T_s - T_m} \neq f(x)$$

$$q_s'' = -k \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R} = h(T_s - T_m) \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{k} \neq f(x) \longrightarrow$$

h independe de x, se as propriedades são ctes

h(x) no escoamento através de um tubo:

- Variação brusca na região de desenvolvimento
- Constante na região desenvolvida



Na região desenvolvida $\dfrac{\partial \theta}{\partial x} = 0$

$$\theta = \frac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_m(x)}$$

$$T(r,x) = T_s(x) - \theta\left[T_s(x) - T_m(x)\right]$$

então $$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} + \theta\left[\frac{dT_m}{dx} - \frac{dT_s}{dx}\right]$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} + \theta\left[\frac{dT_m}{dx} - \frac{dT_s}{dx}\right]$$

- Para o caso em que q_s'' = cte, na região desenvolvida:

$$\frac{q_s''}{h} = cte \Rightarrow \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} \qquad \Rightarrow \frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx}$$

(independe de r)

- Para o caso em que T_s = cte, na região desenvolvida:

$$\frac{dT_s}{dx} = 0 \qquad \Rightarrow \frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \theta \frac{dT_m}{dx} = \frac{T_s - T}{T_s - T_m}\frac{dT_m}{dx} = f(r)$$

Exemplo Escoamento de metal líquido em um tubo circular:

Perfil de velocidade: $u(r)=C_1$;

Perfil de temperatura

$T(r)-T_s= C_2[1-(r/r_0)^2]$

Calcule o número de Nusselt

$$u_m = \frac{1}{\pi\ r_o^2}\int_{A_t} u \quad dA = \frac{1}{\pi\ r_o^2}\int_0^{r_o} C_1\ 2\ \pi\ r\ dr = C_1$$

$$h = \frac{q_s''}{T_s - T_m} \qquad T_m = \frac{1}{\dot{m}\ c_p}\int_A \rho u c_p T dA$$

$$T_m = \frac{1}{\rho\ u_m\ \pi\ r_o^2 c_v}\int_0^{r_o} \rho\, u_m c_v \left\{T_s + C_2\left[1-\frac{r^2}{r_o^2}\right]\right\} 2\pi\ r\, dr = \frac{2}{r_o^2}\int_0^{r_o}\left\{T_s + C_2\left[1-\frac{r^2}{r_o^2}\right]\right\} r\ dr$$

$$T_m = \frac{2}{r_o^2}\left\{T_s\ \frac{r_o^2}{2} + C_2\left[\frac{r_o^2}{2} - \frac{r_o^4}{4r_o^2}\right]\right\} = \left\{T_s + \frac{C_2}{2}\right\}$$

- Fluxo de calor q_s'' (Lei de Fourier)

$$q_s'' = -k \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_o} = -k\ C_2\ 2 \left.\frac{r}{r_o^2}\right|_{r=r_o} = -k\ C_2\ \frac{2}{r_o}$$

$$h = \frac{q_s''}{T_s - T_m} \qquad h = \frac{-k\ C_2\ \frac{2}{r_o}}{-C_2 / 2} = \frac{4\ k}{r_o}$$

Número de Nusselt

$$Nu = \frac{h\ D}{k} = \frac{4\ k}{r_o}\frac{2\ r_o}{k} = 8$$

- O Balanço de Energia

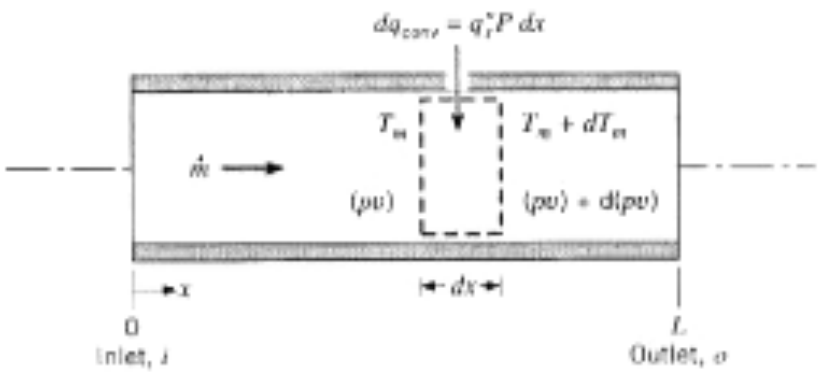


FIGURE 8.6 Control volume for internal flow in a tube.

$$dq_{conv} = \dot{m}(c_v T_m + pv) - \left[\dot{m}(c_v T_m + pv) + \dot{m}\frac{d(c_v T_m + pv)}{dx}dx\right] = 0$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{dq_{conv}}_{\text{taxa de troca de calor por convecção}} = \underbrace{\dot{m}\, d(c_v T_m + pv)}_{\text{fluxo de energia térmica devida ao fluxo massa + trabalho líquido realizado pelo fluido ao se movimentar através do VC}}$$

Para gases ideais: $pv = RT_m$, $c_p = c_v + R$

$$\Rightarrow dq_{conv} = \dot{m} c_p dT_m$$

Para líquidos incompressíveis, $c_v = c_p$ e v é muito pequeno ($d(pv) << d(c_v T_m)$)

$$\Rightarrow dq_{conv} = \dot{m} c_p dT_m$$

Integrando a equação acima ao longo de todo o tubo:

$$\underbrace{q_{conv}}_{\text{calor total transferido ao tubo}} = \dot{m}c_p(T_{m,s} - T_{m,e})$$

Num elemento diferencial de fluido:

$$dq_{conv} = q_s'' \; P \; dx$$

P - perímetro da superfície (tubo circular : P = π D)

$$\Rightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h(T_s - T_m)$$

- Se $T_s > T_m$, calor é transferido ao fluido e T_m cresce com x
- Se $T_s < T_m$, calor é transferido pelo fluido e T_m cai com x

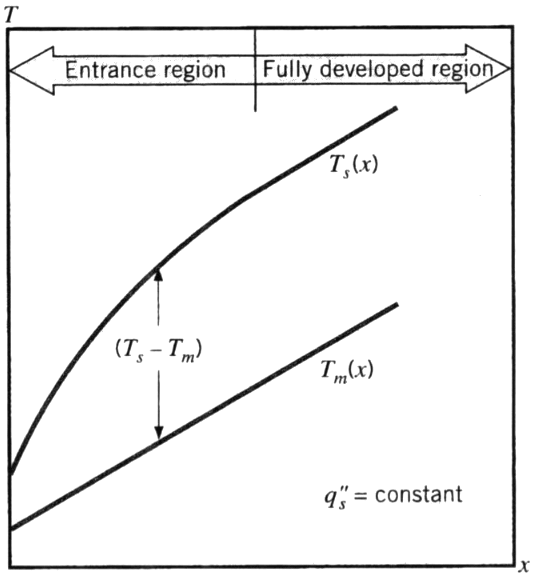
- Solução para fluxo de calor na superfície constante

$$q_{conv} = \dot{m}c_p(T_{m,s} - T_{m,e}) = q_s''(PL)$$

Além disso:

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s''P}{\dot{m}c_p} = cte$$

$$\Rightarrow T_m(x) = T_{m,e} + \frac{q_s''P}{\dot{m}c_p}x$$

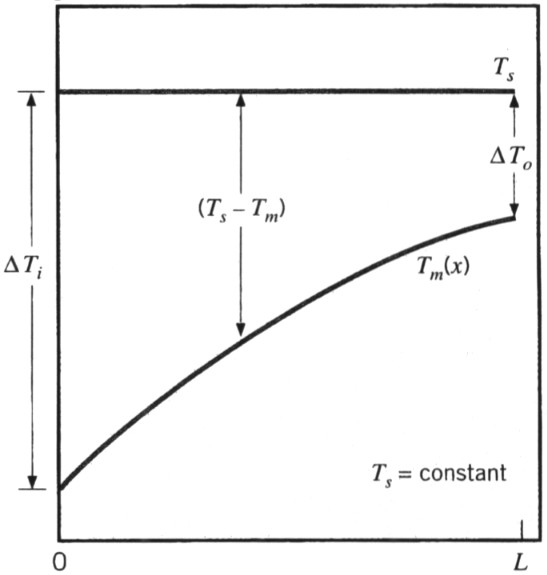


- Na entrada T_s-T_m cresce com x, porque h=h(x) cai com x

- Na região desenvolvida, h=cte e T_s-T_m também

- Solução para temperatura na superfície constante

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} \qquad \Delta T \equiv T_s - T_m$$



$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} = \frac{P}{\dot{m} c_p} h \Delta T$$

$$\int_{\Delta T_e}^{\Delta T_{sai}} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m} c_p} \int_0^L h dx \Rightarrow \ln\left(\frac{\Delta T_{sai}}{\Delta T_e}\right) = -\frac{PL}{\dot{m} c_p} \frac{1}{L} \int_0^L h dx$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{\Delta T_{sai}}{\Delta T_e}\right) = -\frac{PL}{\dot{m} c_p} \bar{h}_L \Rightarrow \frac{\Delta T_{sai}}{\Delta T_e} = \frac{T_s - T_{m,sai}}{T_s - T_{m,e}} = \mathbf{exp}\left(-\frac{PL}{\dot{m} c_p} \bar{h}_L\right)$$

ou

$$\frac{T_s - T_{m,x}}{T_s - T_{m,e}} = \mathbf{exp}\left(-\frac{Px}{\dot{m} c_p} \bar{h}_x\right)$$

- (Ts-Tm) cai exponencialmente com x

- Fluxo de calor:

$$q_{conv} = \dot{m}c_p \left[\underbrace{(T_s - T_{m,e})}_{=\Delta T_e} - \underbrace{(T_s - T_{m,sai})}_{=\Delta T_{sai}} \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{q_{conv} = \bar{h} A_s \Delta T_{lm}}$$

onde $\underbrace{\Delta T_{lm}}_{\text{diferença média logaritmica de temperatura no tubo}} \equiv \dfrac{\Delta T_{sai} - \Delta T_e}{\ln(\Delta T_{sai} / \Delta T_e)}$

-Se ao invés de conhecermos T_s, conhecemos a temperatura do fluido externo em contato com a superfície (T_∞) ou a temperatura da superfície externa (T_{se}), a expressão acima continua válida, substituindo h por U (coeficiente global de troca de calor) e T_s por T_∞ ou T_{se}

Exemplo

Vapor condensando mantem a temperatura da superfície externa de um tubo (D=50mm e L=6m) constante e igual a 100 °C. Água escoa com fluxo de massa igual a 0,25 kg/s, e as temperaturas na entrada e na saída são 15 °C e 57 °C. Qual o coeficiente médio de troca de calor interno?

$$q_{conv} = \dot{m} c_p (T_{m,sai} - T_{m,ent})$$

$$q_{conv} = \bar{h} A_s \Delta T_{lm}$$

$$\bar{h} = \frac{\dot{m} c_p (T_{m,sai} - T_{m,ent})}{A_s \Delta T_{lm}}$$

$$\Delta T_{lm} \equiv \frac{(T_s - T_{sai}) - (T_s - T_{ent})}{\ln[(T_s - T_{sai})/(T_s - T_{ent})]} = \frac{(100 - 57) - (100 - 15)}{\ln[(100 - 57)/(100 - 15)]} = 61{,}6^o C$$

$$\bar{h} = \frac{0{,}25 \times 4178(100 - 15)}{\pi \times 0{,}05 \times 61{,}6} = 755 \frac{W}{m^2 K}$$

Escoamento laminar em tubos circulares: análise térmica e correlações para o coeficiente de troca de calor

- Equação da energia para escoamento termicamente e hidrodinâmicamente desenvolvido

- hipóteses:
  i. Regime laminar
  ii. Simetria angular, $\partial/\partial\theta=0$
  iii. Hidrodinâmicamente desenvolvido, $\partial u/\partial x=0$
  iv. Regime permanente, $\partial/\partial t=0$
  v. Propriedades constantes
  vi. Termicamente desenvolvido
  vii. dissipação viscosa desprezível
  viii. Fluxo de calor axial constante $q''_s = cte$

- escoamento totalmente desenvolvido:
  - Continuidade

$$\underbrace{\frac{\partial u}{\partial x}}_{zero} + \frac{\partial\ r\ v}{r\ \partial r} = 0 \Rightarrow r\ v = cte \qquad v = 0$$

  - Quantidade de Movimento

$$u(r) = \frac{r_o^2}{4\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)\left[1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right] \qquad u_m = \frac{r_o^2}{8\mu}\left(-\frac{dp}{dx}\right)$$

$$u(r) = 2\ u_m\left[1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right]$$

- Equação da energia

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

-escoamento termicamente totalmente desenvolvido:

- Fluxo de calor constante $q''_s = h(T_s - T_m) = cte$

$$\theta = \frac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_m(x)} \qquad \frac{\partial\,\theta}{\partial\,x} = 0 \qquad \frac{\partial\,T}{\partial\,x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s P}{\dot{m}c_p}$$

$$2\,u_m\left[1-\left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]\left(\frac{dT_m}{dx}\right) = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial\,r}\left(r\frac{\partial\,T}{\partial\,r}\right) \qquad \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{2u_m}{\alpha}\underbrace{\left(\frac{dT_m}{dx}\right)}_{=cte} r\left[1-\left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]$$

$$r\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4r_o^2}\right] + C_1 \qquad \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{r}{2} - \frac{r^3}{4r_o^2}\right] + \frac{C_1}{r}$$

$$T(r,x) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{r^2}{4} - \frac{r^4}{16R^2}\right] + C_1 \ln r + C_2$$

- Condições de contorno

(1) r=0, T é finito (simetria angular) $\Rightarrow$ C_1=0

(2) $r=r_o$ $T=T_s(x) \Rightarrow$ $$C_2 = T_s(x) - \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\frac{3r_o^2}{16}$$

$$T(r,x) = T_s(x) - \frac{2u_m r_o^2}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{3}{16} + \frac{1}{16}\left(\frac{r}{r_o}\right)^4 - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]$$

$$T(r,x) = \frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{r^2}{4} - \frac{r^4}{16R^2}\right] + C_1 \ln r + C_2$$

- Temperatura de mistura

$$T_m = \frac{1}{\dot{m}\ c_p}\int_A \rho\, u\, c_p T dA = \frac{1}{u_m\ \pi\ r_o^2}\int_0^{r_o} u\ T\ 2\ \pi\ r\ dr$$

$$T_m = \frac{1}{u_m\ \pi\ r_o^2}\int_0^{r_o} 2\ u_m\left[1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right]\left\{T_s(x) - \frac{2u_m r_o^2}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[\frac{3}{16} + \frac{1}{16}\left(\frac{r}{r_o}\right)^4 - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]\right\} 2\ \pi\ r\ dr$$

$$T_m(x) = T_s(x) - \frac{11}{48}\left(\frac{u_m\ r_o^2}{\alpha}\right)\frac{dT_m}{dx}$$

- Utilizando este resultado podemos determinar o número de Nusselt

$$T_m(x) = T_s(x) - \frac{11}{48}\left(\frac{u_m\ r_o^2}{\alpha}\right)\frac{dT_m}{dx}$$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s P}{\dot{m} c_p} = \frac{q''_s P}{\rho\ u_m\ \pi\ r_o^2 c_p}$$

$$T_m(x) - T_s(x) = -\frac{11}{48}\frac{q''_s\ D}{k}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho\ c_p} \qquad D = 2\ r_o$$

$$h = \frac{48}{11}\frac{k}{D} \Rightarrow Nu_D \equiv \frac{hD}{k} = 4{,}36 \quad (q''_s = \text{cte})$$

Nusselt = constante !

-Com a CCT de temperatura da superfície constante (T_s=cte), a equação de energia fica:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)=\frac{2u_m}{\alpha}\left(\frac{dT_m}{dx}\right)\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]\frac{T_s-T}{T_s-T_m}$$

Da solução da equação acima (por método iterativo):

Nu_D=3,66

Exemplo

Tubo circular (D=60 mm) com CC de fluxo constante na parede (q''_s=2000W/m^2).

(a)Água pressurizada entra a 0,01 kg/s e Tmi=20 C. Qual o comprimento do tubo para que a água saia a 80 C?

(b)Qual é a temperatura da parede na saída do tubo, assumindo esc. desenvolvido?

- Região de entrada

-Solução do problema térmico na região de entrada, considerando perfil de velocidade desenvolvido (p.ex., altos Pr como é o caso óleos

-Problema combinado: desenvolvimento hidrodinâmico e térmico simultâneo

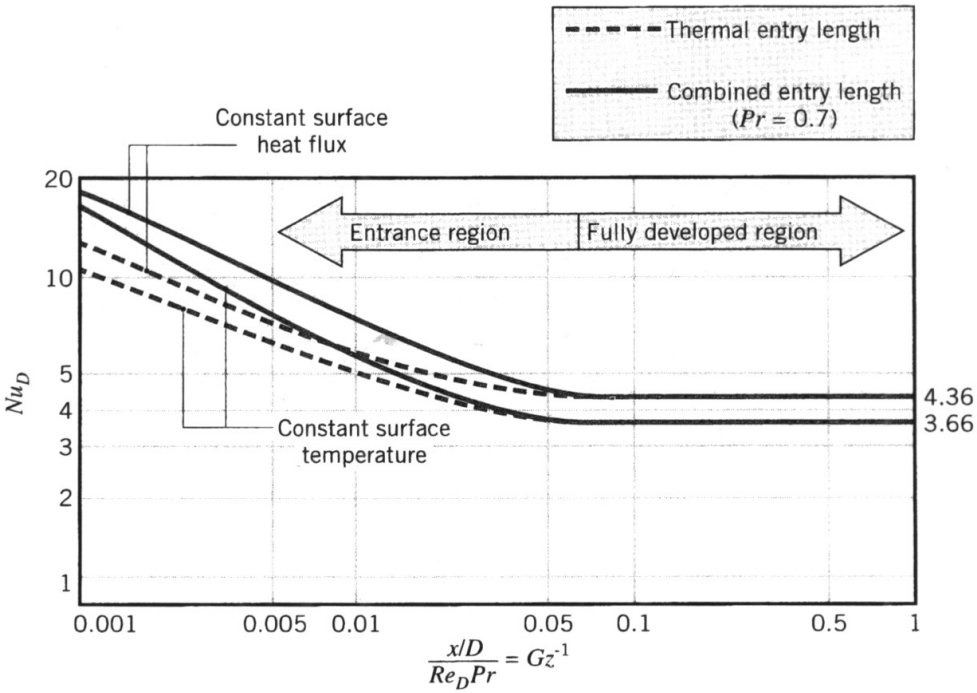


FIGURE 8.9 Local Nusselt number obtained from entry length solutions for laminar flow in a circular tube [2]. Adapted with permission.

- Nu → ∞ em x=0
- Nu × Gz independe de Pr no problema de desenvolvimento térmico
- Nu depende de Pr no problema de desenvolvimento simultâneo (Nu cai com Pr e tende ao resultado do problema de desenvolvimento térmico quando Pr → ∞)

- Correlação de Hausen (para CC de q_s"=constante):

$$Nu_D \equiv \frac{hD}{k} = 3.66 + \frac{0.0668(D/L)\mathrm{Re}_D \mathrm{Pr}}{1 + 0.04[(D/L)\mathrm{Re}_D \mathrm{Pr}]^{2/3}}$$

-Correlação de Sieder e Tate (válido para o desenvolvimento simultâneo e para CC de T_s =constante)

$$Nu_D = 1.86\left(\frac{\mathrm{Re}_D \mathrm{Pr}}{L/D}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

$$0.48 < \mathrm{Pr} < 16700$$

$$0.0044 < \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right) < 9.75$$

propriedades avaliadas a T_f

- Escoamento turbulento em tubos lisos circulares

Usando a analogia de Chilton-Colburn e a expressão para fator de atrito, chega-se a Correlação de Colburn:

$$Nu_D = 0.023 \mathrm{Re}_D^{4/5} \mathrm{Pr}^{1/3}$$

Correlação de Dittus-Boelter

$$Nu_D = 0.023 \mathrm{Re}_D^{4/5} \mathrm{Pr}^{n}$$

$$\mathrm{n} = 0.4 \text{ (aquecimento, Ts > Tm)}$$

$$\mathrm{n} = 0.3 \text{ (resfriamento, Ts < Tm)}$$

- propriedades a T_m

Estas equações devem ser usadas para (T_s-T_m) baixos a moderados e nas seguintes condiçoes:

$$0.7 \leq \mathrm{Pr} \leq 160$$

$$\mathrm{Re}_D \geq 10000$$

$$L/D \geq 10$$

- Correlação de Sielder e Tate:

$$Nu_D = 0.027 \mathrm{Re}_D^{4/5} \mathrm{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14}$$

$0.7 \leq \mathrm{Pr} \leq 16700$

$\mathrm{Re}_D \geq 10000$

$L/D \geq 10$

propriedades a T_m, exceto μ_s

- Correlação de Petukhov (menores erros):

$$Nu_D = \frac{(f/8)\mathrm{Re}_D \mathrm{Pr}}{1.07 + 12.7(f/8)^{1/2}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}$$

$0.5 < \mathrm{Pr} < 2000$ e $10^4 < \mathrm{Re}_D < 5\mathrm{x}10^6$

- Correlação de Gnielinski:

$$Nu_D = \frac{(f/8)(\mathrm{Re}_D - 1000)\mathrm{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}$$

$0.5 < \mathrm{Pr} < 2000$ e $3000 < \mathrm{Re}_D < 5\mathrm{x}10^6$

propriedades a T_m

- Aumento de f com a rugosidade é maior que o aumento de h[34]

-Em escoamentos turbulentos, o desenvolvimento é rápido, $10<(L_{ent}/D)<60$. Assim,

$$\overline{Nu_D} \approx Nu_{des}$$

Para tubos pequenos :

$$\frac{\overline{Nu_D}}{Nu_{des}} = 1 + \frac{C}{(x/D)^m}$$

C, m dependem da região de entrada

-Para metais líquidos ($0.003<Pr<0.05$):

- Correlação de Skupinski (q_s=constante):

$$Nu_D = 4.82 + 0.0185 Pe_D^{0.827}$$

$$3600 < Re_D < 9.05 \times 10^5$$

$$100 < Pe_D < 10000$$

- Correlação de Seban e Shimazaki (T_s=constante e $Pe_D>100$):

$$Nu_D = 5 + 0.025 Pe_D^{0.8}$$

- Tubos não circulares:

- Diâmetro hidráulico: $D_H = 4A_c/P$

  A_c - área seção transversal

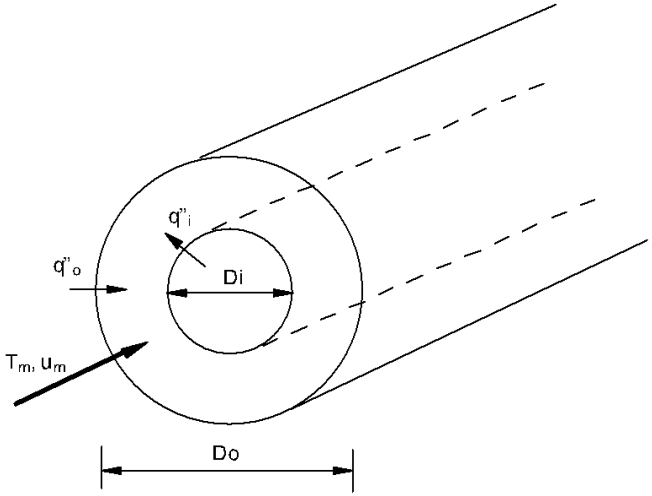
  P - perímetro molhado

- Re_{DH} e Nu_{DH}
- Nu perto dos cantos $\rightarrow 0 \Rightarrow \overline{Nu}$
- Em escoamentos laminares, a aproximação é pior $\Rightarrow$ Tabela

	b/a	$Nu_D = hD_H/k$ (q_s=cte)	$Nu_D = hD_H/k$ (T_s=cte)	fRe_{Dh}
○	-	4.36	3.66	64
a ▭ b	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	4.0	5.33	4.44	53
	8.0	6.49	5.60	82
═══	∞	8.23	7.54	96
aquecido / isolado	∞	5.39	4.86	96
△	-	3.11	2.47	53

- Espaço anular

$$q''_i = h_i(T_{si} - T_m)$$
$$q''_o = h_o(T_{so} - T_m)$$



$$Nu_i \equiv \frac{h_i D_h}{k} \qquad Nu_o \equiv \frac{h_o D_h}{k}$$

$$D_h = \frac{4(\pi/4)(D_o^2 - D_i^2)}{\pi(D_o - D_i)} = D_o - D_i$$

Nu para CC Ts e q=0

Di/Do	Nui	Nuo
0		3.66
0.05	17.46	4.06
0.1	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.5	5.74	4.43
1	4.86	4.86

- CC de fluxo cte em ambas as paredes:

$$Nu_i = \frac{Nu_{ii}}{1 - (q''_o / q''_i)\theta_i^*}$$

$$Nu_o = \frac{Nu_{oo}}{1 - (q''_i / q''_o)\theta_o^*}$$

Di/Do	Nuii	Nuoo	θi*	θo*
0		4.364	oo	0
0.05	17.81	4.792	2.18	0.0294
0.1	11.91	4.834	1.383	0.0562
0.2	8.499	4.833	0.905	0.1041
0.4	6.583	4.979	0.603	9.1823
0.6	5.912	5.099	0.473	0.2455
0.8	5.58	5.24	0.401	0.299
1	5.385	5.385	0.346	0.346

-obs.: para escoamentos turbulentos, estes coeficientes podem ser usados como aproximação

- Aumento de troca de calor

- aumento de h
  - rugosidade na superfície para aumentar a turbulência
  - introdução de movimentos rotacionais no fluido
  - introdução de escoamentos secundários

- aumento da área de troca

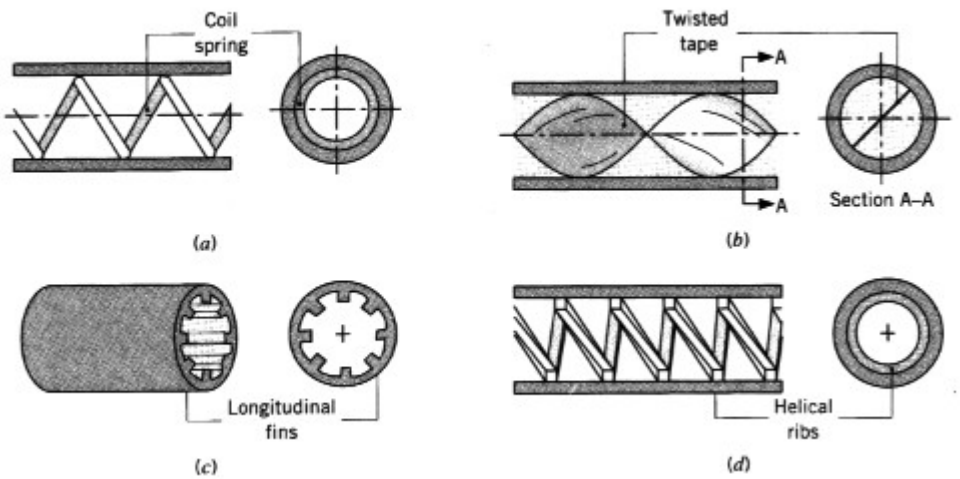


TABLE 8.4 Summary of convection correlations for flow in a circular tube[a,d]

Correlation		Conditions
$f = 64/Re_D$	(8.19)	Laminar, fully developed
$Nu_D = 4.36$	(8.53)	Laminar, fully developed, uniform q''_s, $Pr \gtrsim 0.6$
$Nu_D = 3.66$	(8.55)	Laminar, fully developed, uniform T_s, $Pr \gtrsim 0.6$
$\overline{Nu}_D = 3.66 + \dfrac{0.0668(D/L)Re_D Pr}{1 + 0.04[(D/L)Re_D Pr]^{2/3}}$	(8.56)	Laminar, thermal entry length ($Pr \gg 1$ or an unheated starting length), uniform T_s
or		
$\overline{Nu}_D = 1.86\left(\dfrac{Re_D Pr}{L/D}\right)^{1/3}\left(\dfrac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$	(8.57)	Laminar, combined entry length $([Re_D Pr(L/D)]^{1/3}(\mu/\mu_s)^{0.14}) \gtrsim 2$, uniform T_s, $0.48 < Pr < 16{,}700$, $0.0044 < (\mu/\mu_s) < 9.75$

$f = 0.316 Re_D^{-1/4}$	(8.20a)[b]	Turbulent, fully developed, $Re_D \leq 2 \times 10^4$
$f = 0.184 Re_D^{-1/5}$	(8.20b)[b]	Turbulent, fully developed, $Re_D \geq 2 \times 10^4$
or		
$f = (0.790 \ln Re_D - 1.64)^{-2}$	(8.21)[b]	Turbulent, fully developed, $3000 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6$
$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^n$	(8.60)[f]	Turbulent, fully developed, $0.6 \leq Pr \leq 160$, $Re_D \geq 10{,}000$, $(L/D) \geq 10$, $n = 0.4$ for $T_s > T_m$ and $n = 0.3$ for $T_s < T_m$
or		
$Nu_D = 0.027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$	(8.61)[f]	Turbulent, fully developed, $0.7 \leq Pr \leq 16{,}700$, $Re_D \geq 10{,}000$, $L/D \geq 10$
or		
$Nu_D = \frac{(f/8)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)}$	(8.63)[f]	Turbulent, fully developed, $0.5 < Pr < 2000$, $3000 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6$, $(L/D) \geq 10$
$Nu_D = 4.82 + 0.0185(Re_D Pr)^{0.827}$	(8.65)	Liquid metals, turbulent, fully developed, uniform q''_s, $3.6 \times 10^3 < Re_D < 9.05 \times 10^5$, $10^2 < Pe_D < 10^4$
$Nu_D = 5.0 + 0.025(Re_D Pr)^{0.8}$	(8.66)	Liquid metals, turbulent, fully developed, uniform T_s, $Pe_D > 100$

[a]Properties in Equations 8.53, 8.55, 8.60, 8.61, 8.63, 8.65, and 8.66 are based on T_m; properties in Equations 8.19, 8.20, and 8.21 are based on $T_f = (T_s + T_m)/2$; properties in Equations 8.56 and 8.57 are based on $\bar{T}_m = (T_{m,i} + T_{m,o})/2$.

[b]Equations 8.20 and 8.21 pertain to smooth tubes. For rough tubes, Equation 8.63 should be used with the results of Figure 8.3.

[f]As a first approximation, Equation 8.60, 8.61, or 8.63 may be used to evaluate the average Nusselt number $\overline{Nu}_D$ over the entire tube length, if $(L/D) \geq 10$. The properties should then be evaluated at the average of the mean temperature, $\bar{T}_m = (T_{m,i} + T_{m,o})/2$.

[g]For tubes of noncircular cross section, $Re_D = D_h u_m/\nu$, $D_h = 4A_c/P$, and $u_m = \dot{m}/\rho A_c$. Results for fully developed laminar flow are provided in Table 8.1. For turbulent flow, Equation 8.60 may be used as a first approximation.

Exercícios do Capítulo 8

8.2, 8.6, 8.8, 8.10, 8.12, 8.14, 8.18, 8.22, 8.26, 8.27, 8.32, 8.38, 8.42, 8.47, 8.55, 8.67, 8.78, 8.80, 8.88, 8.94, 8.96, 8.99